

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
**«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
(Финуниверситет)**

«Пермский финансово-экономический колледж» - филиал Финуниверситета

РАССМОТРЕНО

на заседании кафедры «Экономика, финансы и
бухгалтерский учёт»

от 26 июня 2024г протокол № 12

зав. кафедрой



Петрунькина Л.Г.

**Конспект лекций по учебной дисциплине
«Статистика»
для студентов специальности 38.02.06 Финансы**

Пермь, 2024

Аннотация

Конспект лекций по учебной дисциплине «Статистика» предназначен для студентов специальности 38.02.06 Финансы.

Разработанный конспект лекций направлен на формирование теоретических знаний о статистических подходах при решении организационно-управленческих задач и практических навыков обработки и анализа статистических данных.

Структура данного конспекта лекций соответствует содержанию рабочей программы учебной дисциплины «Статистика».

В конспекте лекций кратко раскрывается методология общей теории статистики. Последовательно и логично рассмотрены основные методы организации сбора и обработки данных статистического наблюдения, их анализа с помощью обобщающих показателей, а также методика анализа рядов динамики и индексный метод.

Автор:

Антипова Е.И., преподаватель Пермского финансово-экономического колледжа - филиала федерального государственного образовательного бюджетного учреждения высшего профессионального образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации».

Одобрено Научно-методическим советом колледжа

Протокол № 1(52) от «26» октября 2024 г.

Содержание

Введение	4
Раздел 1. Научно-методологический аппарат статистики	5
Тема 1.1. Предмет и методы статистики.....	5
Тема 1.2 Организация статистической службы	6
Раздел 2. Статистическое наблюдение.....	8
Тема 2.1 Понятие статистического наблюдения.....	8
Тема 2.2 Формы, виды и способы статистического наблюдения	9
Раздел 3. Статистическая сводка и группировка	11
Тема 3.1 Понятие и виды статистической сводки	11
Тема 3.2 Понятие и виды статистической группировки	11
Раздел 4. Способы наглядного представления статистической информации	15
Тема 4.1 Статистические таблицы	15
Тема 4.2 Статистические графики.....	16
Раздел 5. Основные виды статистических показателей	20
Тема 5.1 Понятие и виды абсолютных и относительных величин	20
Тема 5.2 Средние величины	23
Раздел 6. Ряды динамики в статистике	29
Тема 6.1 Понятие и виды рядов динамики	29
Тема 6.2 Анализ рядов динамики	29
Раздел 7. Экономические индексы	31
Тема 7.1 Общее понятие экономических индексов.....	31
Тема 7.2 Порядок расчета экономических индексов.....	32
Список использованных источников	37

Введение

Статистика является одной из важнейших дисциплин в системе экономического образования. Статистическая информация является важнейшей составной частью глобальной информационной системы государства. Статистика призвана обеспечить анализ количественной стороны массовых явлений, служить основой для принятия соответствующих управленческих решений.

В условиях современной экономики значительно повышаются требования к качеству подготовки специалиста. Выступая в роли работодателя, любая организация заинтересована в привлечении специалистов умеющих грамотно вести наблюдение за хозяйственными операциями, группировать текущую информацию, выполнять расчеты показателей, оформлять информацию в табличных формах и в виде графиков, анализировать полученные показатели. Овладеть навыками наблюдения, группировки, расчетов и анализа показателей помогает дисциплина «Статистика».

Данный конспект лекций позволяет последовательно изучить и освоить основные методы статистического исследования: статистическое наблюдение, сводку и группировку статистических данных, исследование рядов распределения, обобщающие статистические показатели, анализ рядов динамики, индексный метод анализа.

Раздел 1. Научно-методологический аппарат статистики

Тема 1.1. Предмет и методы статистики

Статистика как термин происходит от латинского слова «status» — определенное положение вещей.

Историю статистики можно начинать еще с древних государств, когда считали людей, скот, землю, имущество. Первые статистические сведения содержатся в китайских документальных источниках еще во II веке до нашей эры. В конце 12 - начало 13 века в России можно смело отнести к развитию предпосылок истории возникновения статистики как науки. Уже в это время проводили перепись земель и населения. В 18 веке подавались сведения о тех, кто родился и умер. И тогда же начали переписывать рабочих различных фабрик. Новый этап в истории развития статистики в нашем государстве пришелся на девятнадцатый век. 1802 год принято считать официальным днем зарождения статистики, именно тогда министерства, по Манифесту Александра I, стали сдавать письменные отчеты. В 1811 году при Министерстве внутренних дел создали Статистическое отделение. Руководителем назначили К.Ф. Германа.

В настоящее время термин «*статистика*» употребляется в трех значениях:

- 1) область знаний (наука), специальная научная дисциплина;
- 2) цифровые сведения, представляемые в отчетности предприятий, организаций, отраслей экономики (число коммерческих банков, размер их капитала, прибыли; размер произведенной промышленной продукции; численность населения; объем инвестиций и др.)
- 3) отрасль практической деятельности («статистический учет») по сбору, обработке, анализу и публикации массовых цифровых данных о самых различных явлениях и процессах общественной жизни.

Предметом изучения статистики является количественная сторона массовых социально-экономических явлений и процессов.

Особое значение для статистики имеет *закон больших чисел*, который означает, что закономерность в развитии явления проявляется лишь при большом числе наблюдений.

Например, всем известно, что женщины живут дольше мужчин - это установленная статистическая закономерность. Но вы вправе возразить: "Мой дедушка прожил на 20 лет больше бабушки!" Ситуация с вашей семьей — это единичный факт. Для совокупности живущих людей в целом выполняется правило - женщины живут дольше мужчин, и чем большим количеством наблюдений мы будем располагать, тем очевиднее станет этот факт.

Совокупность приемов, с помощью которых исследуется предмет статистики, составляет *методологию статистики*. Можно выделить 3 группы статистических методов (этапов статистического исследования):

1. *Статистическое наблюдение* — это сбор всех существенных фактов об изучаемом явлении и научно организованная их регистрация.
2. *Сводка и группировка* — это систематизация и классификация собранных статистических данных.

3. *Статистический анализ* — это расчет статистических показателей, позволяющий описать изучаемое явление, выявить его динамику, структуру, взаимосвязь с другими явлениями, закономерности, сделать прогнозы на будущее.

Перед тем как приступить к изучению основных статистических показателей, приемов и методов статистического исследования, необходимо ознакомиться с используемой в статистике терминологией, с основными категориями статистики (табл.1).

Таблица 1 - Основные категории статистики

Категория	Определение	Пример
<i>Статистическая совокупность</i>	совокупность социально-экономических объектов или явлений общественной жизни, объединенных качественной основой, общей связью и отличающихся друг от друга отдельными признаками.	совокупность студентов, семей, предприятий
<i>Единица статистической совокупности</i>	отдельный элемент статистической совокупности.	студент, семья, предприятие.
<i>Признак</i>	свойство, характеристика единицы статистической совокупности. Признаки подразделяются на качественные и количественные. <i>Качественный признак</i> выражается в виде понятий или наименований. <i>Количественный признак</i> имеет числовое выражение.	пол, национальность, профессия, образование; рост человека, площадь жилого помещения, цена товара, стаж работы.
<i>Вариация</i>	различие в значениях какого-либо признака у разных единиц совокупности в один и тот же период или момент времени.	работники одной фирмы различаются по доходам, росту, стажу и т.д.
<i>Статистический показатель</i>	количественно-качественная характеристика какого-либо свойства группы единиц совокупности или совокупности в целом.	средняя заработная плата, темпы прироста прибыли.

Тема 1.2 Организация статистической службы

Реализация единой государственной политики в сфере официального статистического учета в РФ, осуществляется в соответствии с Федеральным законом № 282-ФЗ от 29 ноября 2007 г. «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации».

Государственная статистика представляет собой двухуровневую систему:

1. Федеральная служба государственной статистики (Росстат)
2. Органы государственной статистики субъектов Российской Федерации и статистические структуры муниципального звена.

фОсновные функции Росстата:

1. Формирование официальной статистической информации о социальном, экономическом, демографическом и экологическом положении страны.
2. Контроль и надзор в области государственной статистической деятельности на территории Российской Федерации.

Главной задачей Росстата является получение объективной, систематизированной и аналитической информации о социально-экономическом и демографическом положении страны и обеспечение ею органов государственной власти всех уровней, органов местного самоуправления, средств массовой информации, компаний, организаций, граждан.

Раздел 2. Статистическое наблюдение

Тема 2.1 Понятие статистического наблюдения

Сбор первичной статистической информации осуществляется путем организации статистического наблюдения. Это первый этап исследования, от качества организации которого зависит достоверность и правильность конечных выводов и рекомендаций.

Статистическая информация — это первичные данные о состоянии социально-экономических явлений, формирующиеся в процессе статистического наблюдения, которые затем подвергаются систематизации, сводке, анализу и обобщению.

Статистическое наблюдение представляет собой научно-организованную регистрацию значений признаков у единиц, образующих статистическую совокупность.

Этапы статистического наблюдения:

1. Подготовка статистического наблюдения.

На первом этапе статистического наблюдения определяется цель, устанавливаются объект и единица наблюдения.

Объект наблюдения – исследуемая статистическая совокупность (совокупность студентов).

Единица наблюдения – отдельный элемент статистической совокупности, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации (студент).

Отчетная единица – субъект, от которого получают данные о единице наблюдения (деканат).

Исходя из содержания объекта, цели и задач статистического наблюдения разрабатывается программа наблюдения.

Статистическая программа наблюдения представляет собой перечень вопросов, которые подлежат регистрации при проведении наблюдения.

Статистическая программа должна отвечать следующим требованиям:

- программа должна содержать оптимальное количество вопросов;
- вопросы, сформулированные в программе, не должны носить двусмысленный характер;
- соблюдение логического принципа последовательности вопросов;
- сочетание закрытых и открытых вопросов программы;
- наличие инструкции, разъясняющей содержание «трудных» вопросов, позволяет значительно снизить процент получения неверных ответов.

Для записи ответов на вопросы программы наблюдения разрабатывается *статистический формуляр наблюдения* (бланк, анкета, опросный лист).

К организационным вопросам статистического наблюдения относятся:

- определение места и времени наблюдения, где определяются критический момент (дата или интервал времени, по состоянию на который проводится регистрация признаков) и срок (период заполнения статистического формуляра);
- определение состава служб, осуществляющих наблюдение;
- подбор и обучение кадров для проведения наблюдения (семинары по проведению переписи);

- подготовительная работа с респондентами (разъяснения как заполнять и с какой целью).
- подготовка и размножение формуляров и др.

2. Организация и осуществление массового сбора данных.

На втором этапе необходимо выбрать организационные формы наблюдения, виды наблюдения и способы получения статистической информации, соответствующие целям и задачам конкретного статистического наблюдения

3. Контроль полученных первичных данных.

На третьем этапе собранный статистический материал должен пройти контроль. Как показывает практика, даже при четко организованном статистическом наблюдении встречаются погрешности и ошибки, которые требуют исправления. Поэтому целью этого этапа является как счетный, так и логический контроль полученных первичных данных.

Расхождение между расчетным и действительным значениями исследуемой величины в статистике называют *ошибкой наблюдения* (табл.2.1).

Таблица 2.1 - Ошибки статистического наблюдения

1. Ошибки регистрации	
<i>Случайные ошибки</i> возникают вследствие действия случайных факторов (смещение строк, непреднамеренные описки, оговорки, перестановки цифр; например, вместо возраста человека "15 лет" указано "5 лет", у ребенка 10 лет указано высшее образование и т.п). Случайные ошибки регистрации имеют тенденцию взаимопогашаться вследствие действия закона больших чисел.	<i>Систематические ошибки</i> либо увеличивают, либо уменьшают статистический показатель, и, что характерно, подобная ситуация повторяется от обследования к обследованию ("аккумуляция возрастов" - человек округляет свой возраст - вместо 32 лет говорит 30, вместо 78 - 80 и т. п., занижение доходов, неточность измерительных приборов)
2. Ошибки репрезентативности (только при выборочном наблюдении)	
<i>Случайные ошибки</i> возникают, если отобранная совокупность не полностью воспроизводит все признаки генеральной совокупности и величину этих ошибок можно оценить.	<i>Систематические ошибки</i> возникают, если нарушаются технологии отбора единиц из генеральной совокупности объектов или вследствие отказа отвечать на вопросы анкеты.

С целью выявления и устранения ошибок наблюдения проводят счетный и логический контроль (проверка точности расчетов, сопоставление с нормами и прогнозами, с отчетами прошлых периодов).

Тема 2.2 Формы, виды и способы статистического наблюдения

Основными формами статистического наблюдения являются:

1. *Статистическая отчетность* - это форма статистического наблюдения, при которой предприятия и организации в официально установленные сроки

предоставляют сведения о себе государственным органам статистики путем заполнения формуляров официально утвержденного образца (сведения о финансовом состоянии, об объемах производства, о численности сотрудников и их заработной плате и др.)

2. *Специально организованное статистическое обследование* - это сбор сведений в форме переписей, единовременных обследований (перепись населения, перепись оборудования, незавершенного строительства, посевных площадей)

3. *Регистровое наблюдение*. В статистической практике используются регистры населения и регистры предприятий (ЕГРПО).

Классификация видов статистического наблюдения представлена в таблице

2.2.

Таблица 2.2 - Виды статистического наблюдения

1. В зависимости от охвата единиц статистической совокупности	
При <i>сплошном наблюдении</i> обследуются все единицы совокупности. Например: переписи, сплошное наблюдение крупных предприятий.	<i>Несплошное</i> наблюдение охватывает только часть единиц совокупности, которые отбираются определенным образом (принцип случайного отбора).
2. В зависимости от времени регистрации фактов	
<i>Непрерывным</i> статистическим наблюдением является наблюдение с использованием форм текущей статистической отчетности и регистров (регистрация родившихся).	<i>Прерывными</i> наблюдениями являются переписи и единовременные статистические обследования (перепись каждые 10 лет).

К способам статистического наблюдения относятся:

1. Непосредственное наблюдение – сбор информации осуществляют регистраторы (производится подсчет, взвешивание, обмер единицы наблюдения).

2. Документальный способ - источником сведений являются документы первичного учета.

3. Опрос – источником информации являются ответы опрашиваемых лиц (анкетирование, явочный способ).

Раздел 3. Статистическая сводка и группировка

Тема 3.1 Понятие и виды статистической сводки

Статистическая сводка и группировка является следующим этапом после статистического наблюдения.

Сводка – операция по обобщению полученных данных, относящихся к каждой единице исследуемого объекта, и представлению их в виде таблиц, содержание которых отражает типичные черты и закономерности изучаемых явлений и процессов.

Различают простую и сложную сводку:

При *простой сводке* производится подсчет общих итогов по изучаемой совокупности.

При *сложной сводке* производится группировка единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всей совокупности, и представление результатов группировки в виде статистических таблиц.

Чаще всего простые итоговые сводки не удовлетворяют исследователя, так как они дают слишком общие представления об изучаемом явлении. Поэтому статистический материал подвергается группировке.

Тема 3.2 Понятие и виды статистической группировки

Группировка — это метод исследования, при котором вся исследуемая совокупность разделяется на группы по какому-то существенному признаку. Группировка - это продолжение сводки (например, группировка предприятий по формам собственности или группировка населения по размеру среднедушевого дохода).

Группировка создаёт основу для последующего анализа данных.

Задачами метода группировок являются определение структуры совокупности, характеристика основных типов явлений и изучение их взаимосвязи.

Если статистическая группировка построена по одному признаку, то она называется *простой*. *Сложная* (комбинационная) группировка осуществляется по двум и более признакам.

По условной классификации различают:

1. *Типологическая группировка* представляет собой разделение исследуемой совокупности на однородные группы (группировка населения по полу, предприятий по формам собственности). Широко используется в экономических и социальных исследованиях.

2. *Структурная группировка* представляет собой разделение единиц однородной совокупности на группы с целью выявления ее структуры по одному из признаков (состав товарооборота по группам, классификация работников по стажу, образованию, возрасту).

3. *Аналитическая группировка* применяется для выявления связи между признаками (связь между расходами на рекламу и объемом продаж).

При проведении группировки необходимо выбрать *группировочный признак* и установить число выделяемых групп. Классификация группировочных признаков представлена в таблице 3.1

Таблица 3 - Классификация группировочных признаков

По форме выражения		
Качественные (атрибутивные) признаки, не имеющие количественного выражения (профессия, образование).	Количественные признаки, принимающие цифровые значения.	• дискретные (прерывные) признаки. Их значения выражаются только целыми числами (количество комнат, детей);
		• непрерывные признаки. Их значения могут быть как целые, так и дробные (объем проданных товаров, сумма затрат).
По характеру колеблемости		
Альтернативные признаки, которыми одни единицы обладают, а другие – нет (задолженность может быть просроченная и непросроченная).	Признаки, имеющие множество количественных значений (размер кредитной ставки).	
По роли признака во взаимосвязи изучаемых явлений		
Факторные признаки, воздействующие на другие признаки.	Результативные признаки, испытывающие на себе влияние других.	

Ряды распределения

Результаты группировки собранных статистических данных, как правило, представляются в виде рядов распределения.

Ряд распределения - это упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по изучаемому признаку.

Ряды распределения делятся в зависимости от признака, положенного в основу группировки:

1. Атрибутивные (группировка по качественному признаку).
2. Вариационные (группировка по количественному признаку)
 - дискретные вариационные ряды распределения;
 - интервальные вариационные ряды распределения.

Вариационный ряд распределения всегда состоит из двух частей:

1. Варианта (x), значения варьирующего признака.
2. Частота (f). абсолютные числа, показывающие, сколько раз встречается каждый вариант.

Иногда вместо частот рассчитывают частоты - это частоты, выраженные либо в долях единицы (тогда сумма всех частот равна 1), либо в процентах к объему совокупности (сумма частот будет равна 100%).

Графическое изображение рядов распределения

Графиком дискретного вариационного ряда служит *полигон распределения*. При построении полигона на горизонтальной оси (ось абсцисс) откладывают значения варьирующего признака, а на вертикальной оси (ось ординат) — частоты или частоты (рис.3.1).

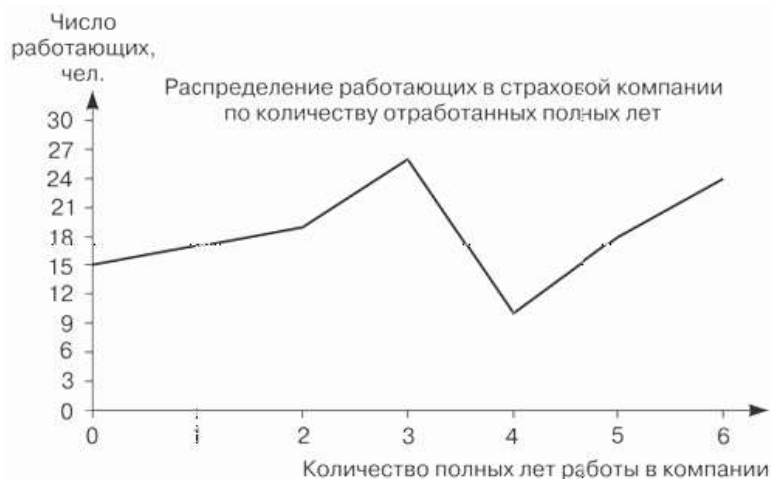


Рис.3.1 - Полигон распределения

Для графического изображения интервального ряда используют *гистограмму*, имеющую вид многоступенчатой фигуры, состоящей из прямоугольников. По оси абсцисс откладывают значения границ интервалов. Сами интервалы будут являться основаниями прямоугольников. Высота прямоугольников соответствует частоте или частоте интервалов, которые откладываются по оси ординат (рис.3.2).

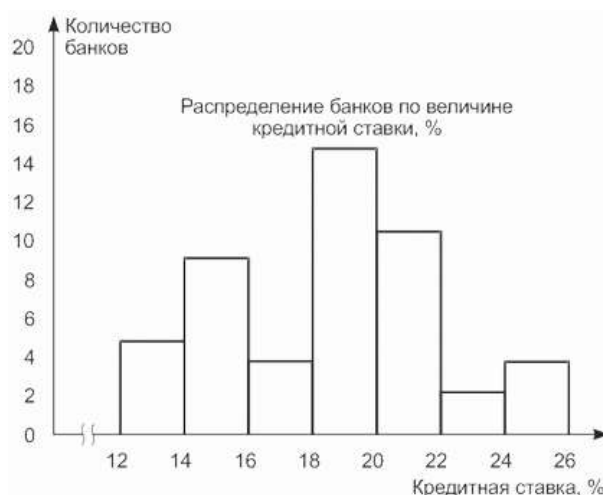


Рис.3.2. - Гистограмма распределения

При неравных интервалах у гистограммы распределения высотами прямоугольников будут являться показатели плотности распределения, рассчитываемые как частное от деления частоты интервала на его величину.

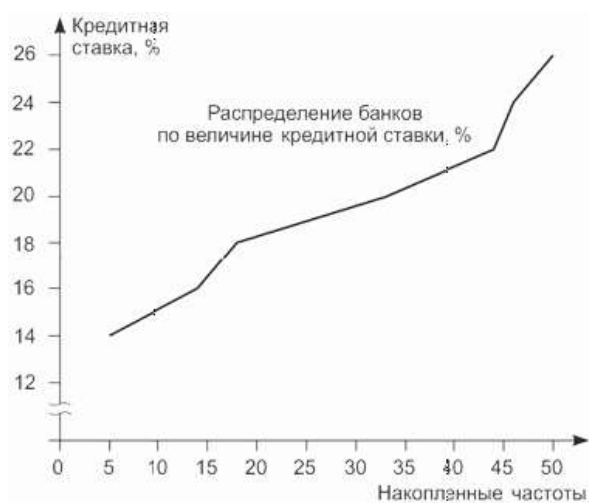
Для изображения накопленных частот (или частостей) используется кривая называемая *кумулятой* распределения.

Если ряд *дискретный*, то по оси абсцисс откладывают значения вариант ряда, а по оси ординат - рассчитанные накопленные частоты, получаемые для каждой конкретной варианты как сумма всех предыдущих частот. Полученные точки соединяют ломаной линией. Вместо значений накопленных частот можно взять значения накопленных частостей, тогда верхняя точка на кумулятивной кривой по оси ординат будет соответствовать значению 100%.

В случае *интервального* ряда при построении кумуляты по оси абсцисс отмечают границы интервальных групп, накопленные частоты по оси ординат относят к верхним границам интервалов (рис.3.3).



Если у кумулятивной кривой поменять местами ось абсцисс с осью ординат, получим график, называемый *огивой* распределения (рис.3.4).



Раздел 4. Способы наглядного представления статистической информации

Тема 4.1 Статистические таблицы

Статистическую информацию, прошедшую стадию сводки и группировки, представляют в виде статистических таблиц.

Статистическая таблица – разновидность наиболее краткого и рационального представления данных.

Каждая статистическая таблица имеет подлежащее и сказуемое.

Подлежащее представляет собой перечень единиц статистического наблюдения или их групп, которые характеризуются статистическими показателями. Данные показатели являются *сказуемым* статистической таблицы. Макет статистической таблицы представлен в таблице 4.

Таблица 4 - Макет статистической таблицы

№ п/п	Подлежащее таблицы	Сказуемое таблицы		
		1	2	
1	A			
2				
3				
...				

В зависимости от разработки подлежащего статистические таблицы бывают:

- простые (простой перечень единиц наблюдения);
- групповые (подлежащее представлено в виде группировки по одному признаку);
- комбинационные таблицы (подлежащее представляет собой сложную группировку по двум или более признакам.).

В зависимости от разработки сказуемого статистические таблицы бывают:

- простые (показатели характеризуют подлежащее независимо друг от друга);
- сложные (внутри групп, образованных по одному признаку, выделяют подгруппы по другому признаку).

При построении таблиц нужно соблюдать *следующие требования*:

- в правом верхнем углу пишется слово "Таблица..." и указывается ее номер;
- ниже, посередине строки, шрифтом, отличным от основного, приводится название таблицы, в котором указывается ее аналитическая цель (Динамика...), объект наблюдения, территориальная и временная принадлежность информации, помещенной в таблице;
- статистическая таблица не должна быть слишком громоздкой (это затрудняет ее восприятие), строки и графы должны иметь название, не допускающее двойного толкования. Если строк и граф много, то целесообразно их пронумеровать;

- все графы таблицы должны иметь единицы измерения. Если используется одна и та же единица измерения для всех граф, ее проставляют в верхнем правом углу над таблицей либо указывают в скобках после названия таблицы. Цифры в пределах одной графы округляют до одной разрядности;
- если явление в данной позиции отсутствует, в соответствующей клетке таблицы ставят прочерк (-). Если сведений по данной позиции не имеется, ставят три точки (...). Цифры, меньшие используемой единицы измерения и округления, обозначаются "0,0" (после запятой столько нулей, сколько разрядов используется для округления). В не подлежащих заполнению клетках таблицы проставляют "х";
- внизу под таблицей приводятся необходимые примечания. Они могут содержать сведения об источниках информации, методологии расчета показателей (если данные таблицы имеют несопоставимую методологию расчета) и др.;
- если статистическая таблица не уместается на отведенном для нее листе по длине или ширине, то в первом случае, продолжая ее на следующем листе, в правом верхнем углу над таблицей следует сделать пояснение: "Продолжение". На новом листе продолжается перечень единиц наблюдения либо группы, а также переносятся либо названия граф (сказуемое), либо (если есть) нумерация граф.

Тема 4.2 Статистические графики

Для большей наглядности статистический материал может быть представлен в виде графиков.

Статистический график — это схематичное изображение статистической информации с помощью различных геометрических образов, которыми могут быть линии, точки, плоскостные либо объемные фигуры.

Основными элементами графика являются:

1. Поле графика — пространство, на котором размещаются графические символы.
2. Графические образы — символические знаки, с помощью которых отображаются статистические данные: линии, точки, геометрические фигуры.
3. Масштабные ориентиры статистического графика определяются масштабом и системой масштабных шкал. Чем длиннее отрезок масштабной шкалы, принятой за числовую единицу, тем крупнее масштаб.
4. Пространственные ориентиры определяют расположение геометрических знаков в поле графика и задаются системой координат и координатной сеткой.
5. Экспликация графика — пояснения содержания графика, относящиеся к его заголовку, единицам измерения.

Наглядно элементы статистического графика представлены на рисунке 4.1.

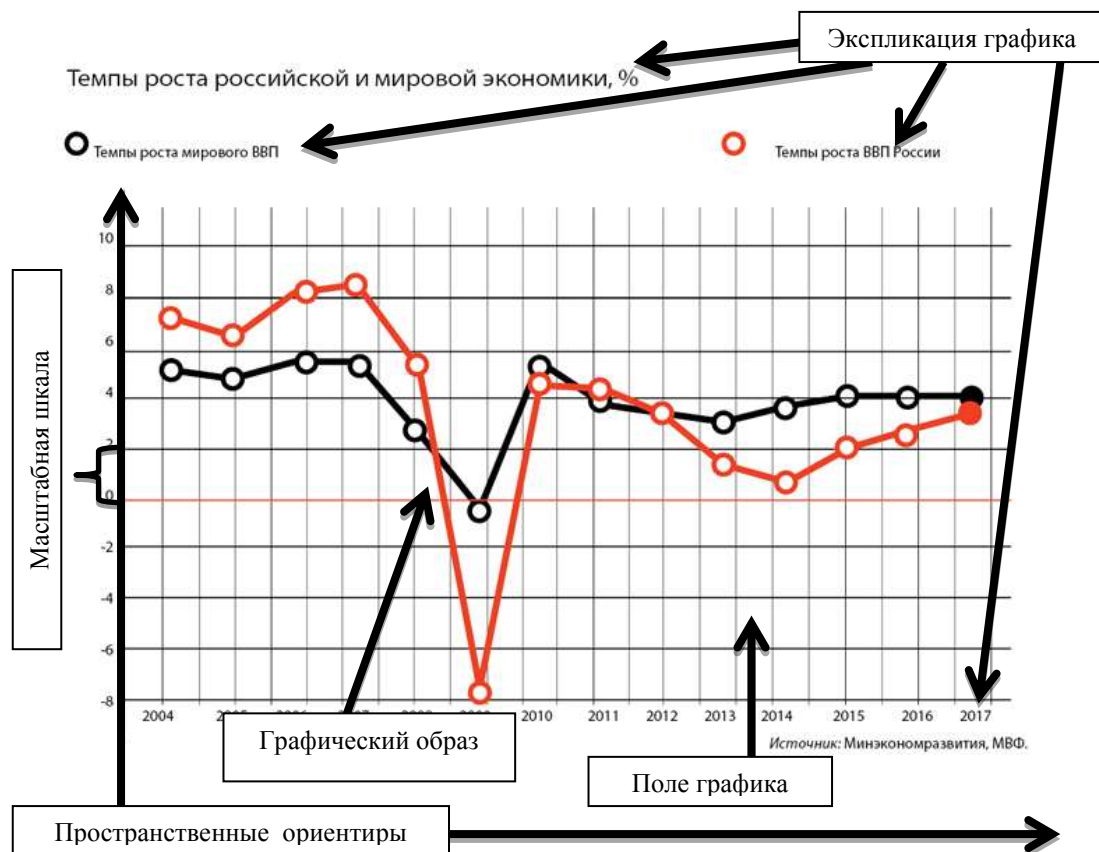


Рис.4.1 – Элементы статистического графика

Статистические графики можно классифицировать по следующим признакам:

1. *Аналитическое предназначение* (графики сравнения, структуры, динамики, изображения вариационных рядов, графики взаимосвязи показателей).
2. *Символы геометрического образа* (точечные, линейные, фигурные (плоскостные или объемные))
3. *Способ построения* (диаграммы и статистические карты).

Диаграмма - это чертеж, на котором статистическая информация изображается посредством геометрических фигур или символических знаков. Различают следующие виды диаграмм: линейные, столбиковые, ленточные (полосовые), круговые (секторные), фигурные диаграммы (рис.4.2-4.5).

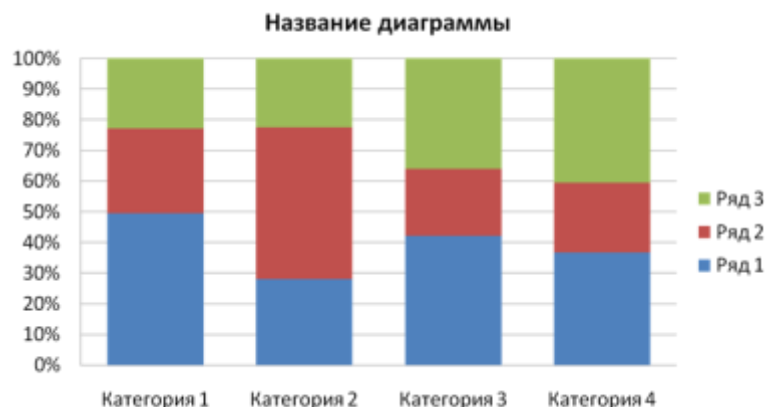


Рис.4.2 – Столбиковая диаграмма



Рис.4.3 – Линейная диаграмма



Рис.4.4 – Секторная диаграмма

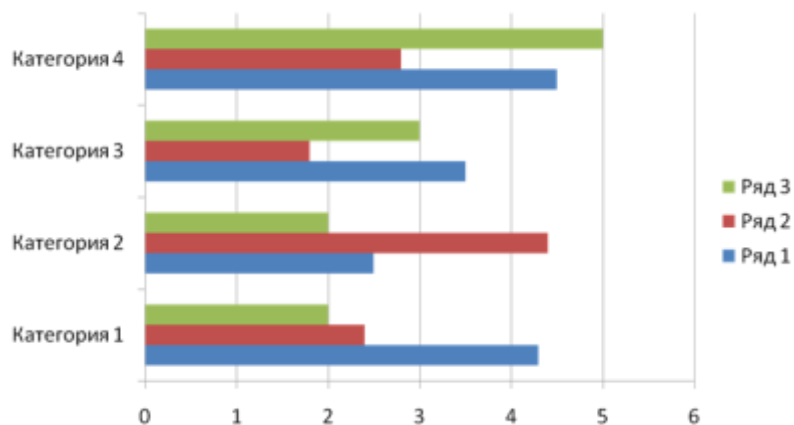


Рис.4.5 – Ленточная диаграмма

Статистические карты представляют собой вид графических изображений на схематической (контурной) карте статистических данных, характеризующих уровень или степень распространения явления или процесса на определенной территории.

Картограмма - это схематическая карта или план местности, на которой условными знаками (точками, штриховкой, цветом и т.д.) изображается распределение изучаемого признака по территории (рис.4.6).



Рис.4.6 – Картограмма плотности населения России

Картодиаграмма - это сочетание карты или плана местности с диаграммой. В картодиаграммах используемые геометрические символы (столбики, круги и т.д.) или условные рисунки размещаются на контуре географической карты (рис.4.7).

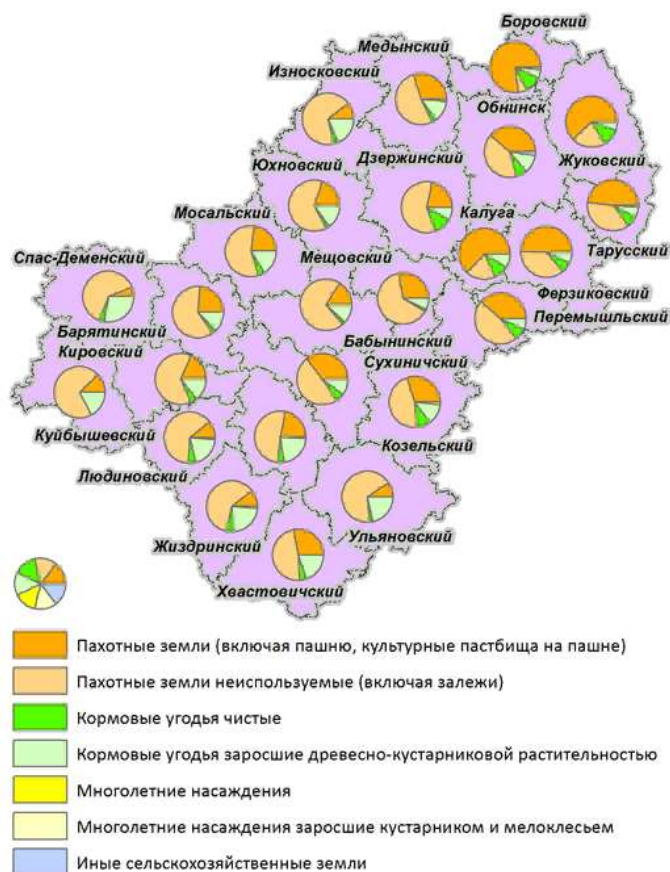


Рис.4.7 - Картодиаграмма использования сельскохозяйственных угодий

Раздел 5. Основные виды статистических показателей

Тема 5.1 Понятие и виды абсолютных и относительных величин

Каждое статистическое исследование начинается со сбора первоначальных сведений об отобранных единицах наблюдения. На основе этих сведений определяются статистические показатели, которые дают количественную характеристику изучаемых экономических и социальных явлений и процессов. В зависимости от способа расчета статистические показатели могут быть абсолютными, относительными и средними величинами. Статистический показатель может быть индивидуальным, если он относится к отдельно взятой единице наблюдения, или же обобщающим, если характеризует всю статистическую совокупность или ее часть.

Абсолютные статистические величины

Абсолютные статистические величины характеризуют абсолютные размеры (уровни) социально-экономических явлений, например, численность населения, объем продукции, число страховых компаний и т.д.

Индивидуальные показатели в форме абсолютных величин получают в процессе самого статистического наблюдения в результате подсчета, определения значения количественного признака у каждой конкретной единицы наблюдения.

Обобщающие (сводные) показатели в форме абсолютных величин определяют путем суммирования зарегистрированных значений признака по всем единицам наблюдения или их части в процессе сводки и группировки результатов наблюдения. Сводные абсолютные показатели характеризуют, во-первых, число единиц по группе или совокупности в целом, во-вторых, общий размер признака по группе или совокупности в целом.

На основе абсолютных показателей исчисляются относительные и средние величины. Абсолютные показатели всегда имеют единицы измерения:

1. Натуральные единицы измерения бывают:

– *простыми* - это штуки, километры, килограммы, тонны, метры, литры, мили, дюймы и т.д. В простых натуральных единицах также измеряется объем статистической совокупности или объем отдельной ее части (число предприятий, из них число малых предприятий; число объектов страхования, из них число пострадавших объектов; численность работников банка и т.д.).

– *составными* - произведение двух или нескольких показателей, например: объем произведенной энергии учитывается в киловатт-часах (мощность электростанции умножается на количество часов работы), грузооборот - в тонно-километрах (масса перевезенных грузов умножается на расстояние перевозки).

– *условными* - используются в анализе производственной деятельности, когда требуется найти итоговое значение (сумму) однотипных показателей, которые напрямую несопоставимы, но характеризуют одни и те же свойства объектов. Например, в топливной промышленности для определения суммарного объема произведенного топлива его различные виды пересчитываются в условное топливо, единица которого имеет теплоту сгорания 29,3 МДж/кг (мегаджоуль).

2. Стоимостные единицы измерения: рубли, доллары, евро, валюта других стран.

3. Трудовые единицы измерения. Так, учет затрат труда на предприятиях выражается в отработанных человеко-днях (число работников предприятия умножается на количество отработанных за период дней) или человеко-часах (число работников предприятия умножается на среднюю продолжительность одного рабочего дня и количество рабочих дней в периоде).

Относительные статистические величины

Для статистического анализа недостаточно иметь только абсолютные величины. Например, прибыль от реализации продукции предприятия по итогам года составила 1200 тыс. руб. Сложно оценить, много это или мало? Но если сказать по-другому, а именно: прибыль предприятия от реализации продукции возросла на 25% по сравнению с предыдущим годом, то становится понятным - финансовые результаты деятельности предприятия улучшились. Таким образом, при анализе статистических данных необходимо проводить сопоставления статистических показателей во времени, в пространстве, сравнивать фактические показатели с планом, изучать структуру совокупности по тому или иному признаку, сопоставлять уровень развития одного явления на фоне развития другого, связанного с ним, явления.

Для решения этих задач используются относительные величины.

Относительные величины представляют собой меру количественного соотношения статистических показателей. Они всегда получаются как частное от деления двух сравниваемых величин.

Если сравниваемые величины являются *одноименными* и имеют одну размерность, то получаемая относительная величина выражается в виде простого кратного отношения (коэффициента). Она показывает, во сколько раз величина, находящаяся в числителе, больше величины, находящейся в знаменателе, - базы сравнения, принимаемой за единицу.

Если частное от деления двух сравниваемых величин умножить на 100, то относительная величина выражается в процентах (%; величина, находящаяся в знаменателе, принимается за 100 единиц); если на 1000 - то в промилле (‰; величина в знаменателе принимается за 1000 единиц).

Если сравниваемые величины *разноименны*, то их отношение будет представлять собой относительную величину, имеющую сложную единицу измерения, образуемую от наименований единиц измерения сравниваемых показателей: ц/га, руб./шт., м²/чел., дол./чел. и т. п.

В зависимости от целей статистического анализа различают следующие виды показателей в форме относительных величин:

1. Относительный показатель плана

$$\text{ОПП} = \frac{\text{Прогнозируемый показатель текущего периода}}{\text{Фактический показатель предыдущего (базисного) периода}} \times 100 (\%)$$

2. Относительный показатель выполнения плана

$$\text{ОПВП} = \frac{\text{Фактический показатель текущего периода}}{\text{Прогнозируемый показатель текущего периода}} \times 100 (\%)$$

3. *Относительный показатель динамики*

$$\text{ОПД} = \frac{\text{Фактический показатель текущего периода}}{\text{Фактический показатель предыдущего (базисного) периода}} \times 100 (\%)$$

Между тремя этими относительными показателями существует взаимосвязь, вытекающая из формул их расчета $\text{ОПП} \cdot \text{ОПВП} = \text{ОПД}$.

4. *Относительный показатель структуры.*

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Частный показатель}}{\text{Объем совокупности}} \times 100 (\%)$$

5. *Относительный показатель координации* рассчитывается как соотношение двух частей целого между собой и показывает, сколько единиц части, стоящей в числителе формулы, приходится на единицу другой части, находящейся в знаменателе.

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Частный показатель 1}}{\text{Частный показатель 2}} \times 10, 100 \text{ или } 1000 \text{ единиц}$$

6. *Относительный показатель интенсивности* характеризует плотность распространения явления в определенной среде.

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Частный показатель}}{\text{Объем среды}} \times 10, 100 \text{ или } 1000 \text{ единиц}$$

Таковыми показателями являются демографические коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста и др.

$$\text{Крожд} = \frac{\text{Число родившихся за год}}{\text{Среднегодовая численность населения}} \times 1000 (\text{‰})$$

$$\text{Ксмертн} = \frac{\text{Число умерших за год}}{\text{Среднегодовая численность населения}} \times 1000 (\text{‰})$$

Как видим, коэффициенты рождаемости и смертности, а также большинство других демографических коэффициентов выражаются в промилле и характеризуют уровень явления (число родившихся, число умерших и т. п.) в расчете на 1000 жителей. Переход к промилле основан на тех соображениях, что измерять эти величины в виде коэффициентов неудобно, поскольку размерность получаемого числа будет составлять тысячные доли.

Тема 5.2 Средние величины

Средняя величина является статистическим показателем, с помощью которого дается обобщающая характеристика совокупности однотипных явлений по одному из варьирующих признаков.

В статистике применяются два класса средних: степенные (аналитические) и структурные.

К группе *степенных средних* относят среднюю арифметическую, гармоническую, геометрическую, квадратическую.

Наиболее распространенным видом средних величин является средняя арифметическая. Она рассчитывается в двух формах – простой и взвешенной.

Средняя арифметическая простая рассчитывается путем простого суммирования. Все показатели варьирующего признака суммируются и делятся на их количество.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

где x - варианты (отдельные значения признака);

n - общее число единиц в изучаемой совокупности.

При определении взвешенной средней арифметической значения признака, по которым эта средняя исчисляется, не просто складываются, а предварительно умножаются на частоту (взвешиваются).

Применяется эта средняя в том случае, если показатели в совокупности встречаются несколько раз (т.е. повторяются).

$$\bar{x} = \frac{\sum x * f}{\sum f}$$

где f - частоты

x - варианты.

Если значения x заданы в виде интервалов, то для расчетов используют середины интервалов x , которые определяются как полусумма верхней и нижней границ интервала.

А если у интервала x отсутствует нижняя или верхняя граница (открытый интервал), то для ее нахождения применяют размах (разность между верхней и нижней границей) соседнего интервала x .

Средняя гармоническая

Средняя гармоническая применяется, когда исходные данные не содержат частот f по отдельным значениям x , а представлены как их произведение xf . Обозначив $xf=w$ (объем признака), выразим $f=w/x$, и, подставив эти обозначения в формулу средней арифметической взвешенной, получим формулу средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum \frac{x \cdot f}{x}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}} \quad w = x \cdot f$$

Таким образом, средняя гармоническая взвешенная применяется тогда, когда неизвестны частоты f , а известно $w = x \cdot f$. В тех случаях, когда все $w = 1$, то есть индивидуальные значения X встречаются по 1 разу, применяется формула средней гармонической простой:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

Средняя геометрическая

Средняя геометрическая применяется в тех случаях, когда индивидуальные значения признака представляют собой, как правило, относительные величины динамики, то есть средняя геометрическая характеризует средний коэффициент роста.

Средняя геометрическая исчисляется извлечением корня степени n из произведений отдельных значений – вариантов признака x .

Средняя геометрическая простая

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod x}$$

где n – число значений признака;
 Π – знак произведения.

Средняя геометрическая взвешенная

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^f \cdot x_2^f \cdot \dots \cdot x_n^f} = \sqrt[n]{\prod x^f}$$

Наиболее широкое применение средняя геометрическая получила для определения средних темпов изменения в рядах динамики, а также в рядах распределения.

Средняя квадратическая и средняя кубическая

Средняя квадратическая и средняя кубическая имеют ограниченное применение в практике статистики. Ими пользуются преимущественно для исчисления средних сторон квадратов, средних диаметров труб, стволов и т.п., необходимых для разного рода расчетов, как, например, для определения запасов древесины на складах и на лесных участках.

Структурные средние величины

К наиболее часто используемым структурным средним относятся статистическая мода и статистическая медиана.

Статистическая мода

Мода (Mo) - это наиболее часто встречающееся значение признака, или иначе говоря, значение варианты с наибольшей частотой. В дискретных и интервальных рядах моду рассчитывают по-разному.

В *дискретных вариационных рядах* для определения моды не требуется специальных вычислений: значение признака, которому соответствует наибольшая частота, и будет значением моды.

Для определения моды в *интервальных вариационных рядах* с равными интервалами сначала находят модальный интервал, которым является интервал с наибольшей частотой, а затем ведут расчет по формуле

$$M_o = x_{Mo} + d \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

где x_{Mo} - нижняя граница модального интервала;

d - величина интервала;

f_{Mo} - частота модального интервала;

$f_{Mo} - 1$ - частота интервала, предшествующего модальному;

$f_{Mo} + 1$ - частота интервала, следующего за модальным.

Определить модальное значение признака можно и по графику. Для этого в случае дискретных вариационных рядов строится *полигон распределения*. Напомним, что у него на оси абсцисс помещаются значения признака (варианты), а на оси ординат - соответствующие им частоты. Значение абсциссы, соответствующее наибольшей вершине полигона, будет значением моды.

Если имеется интервальный вариационный ряд с равными интервалами, то для определения моды строится *гистограмма*, у которой на оси абсцисс находятся значения границ интервалов, а на оси ординат - соответствующие интервалам частоты.

На гистограмме модальный интервал будет иметь наибольшую высоту столбца. Затем надо провести линии, соединяющие вершины модального столбца с прилегающими вершинами соседних столбцов.

Для нахождения значения моды из точки пересечения проведенных линий на ось абсцисс опускают перпендикуляр. Абсцисса точки пересечения будет значением моды.

Вариационный ряд может содержать несколько модальных значений. Чаще всего это происходит, когда в один ряд объединяют разнородные единицы наблюдения, которые желательно разделить на подгруппы и анализировать по отдельности. Вариационный ряд, имеющий одну моду, называется унимодальным, две - бимодальным, три и более - мультимодальным.

Статистическая медиана

Статистическая медиана – это значение величины X , которое делит упорядоченную по возрастанию или убыванию статистическую совокупность на 2 равных по численности части. В итоге у одной половины значение больше медианы, а у другой - меньше медианы.

Если X задан дискретно, то для определения медианы все значения нумеруются от 0 до N в *порядке возрастания*, тогда медиана при четном числе N будет

лежать посередине между X с номерами $0,5N$ и $(0,5N+1)$, а при нечетном числе N будет соответствовать значению X с номером $0,5(N+1)$.

Если X задан в виде равных интервалов, то сначала определяется медианный интервал (интервал, в котором заканчивается одна половина частот f и начинается другая половина), в котором находят условное значение медианы по формуле:

$$Me = X_{HMe} + h_{Me} \frac{0,5 \sum f - \sum f_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где Me – медиана;

X_{HMe} – нижняя граница медианного интервала;

h_{Me} – размах медианного интервала (разность между его верхней и нижней границей);

f_{Me} – частота медианного интервала;

$\sum f_{Me-1}$ – сумма частот интервалов, предшествующих медианному.

Также как и в случае с модой, при определении медианы если размах интервалов h разный, то вместо частот f необходимо использовать плотности интервалов, рассчитываемые путем деления частот f на размах интервала h .

Квартили (Q) делят ранжированный ряд на четыре равные части: первый квартиль (Q_1) включает значения признака, не превышающие 25% единиц совокупности, второй квартиль (Q_2) – совпадает с медианой (Me), третий квартиль (Q_3) – значения признака, не превышающие 75% единиц совокупности (рис. 5.1).

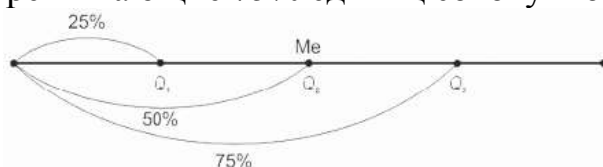


Рис. 5.1 - Деление ранжированного ряда на четыре равные части

Децили (D) делят ранжированный ряд на десять равных частей: первым децилем (D_1) является значение признака, которое не превышает 10% единиц совокупности, вторым (D_2) – 20%, третьим (D_3) – 30% и т.д. При этом пятый дециль (D_5) совпадает с медианой и вторым квартилем (Q_2) (рис. 5.2).

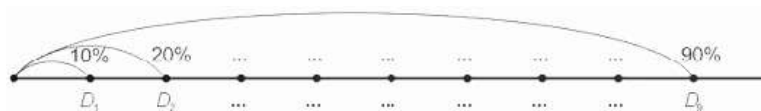


Рис. 5.2 - Деление ранжированного ряда на десять равных частей

Медиана, квартили и децили относятся к группе квантилей. Квантили – это показатели, которые делят вариационные ряды на определенное количество равных частей. Среди них, помимо названных, также имеются квантили, которые делят ряд на пять равных частей, перцентили – на сто и т.д.

Структурные показатели не зависят от того, имеются ли в статистической совокупности аномальные (резко выделяющиеся) наблюдения. И если средняя величина при их наличии теряет свою практическую значимость, то информативность медианы наоборот усиливается - она начинает выполнять функции средней, т.д. характеризовать центр совокупности.

Способы расчета рассматриваемых структурных показателей зависят от вида вариационного ряда.

Показатели вариации

Вариация - это различие значений величин X у отдельных единиц статистической совокупности. Для изучения силы вариации рассчитывают следующие *показатели вариации*: размах вариации, среднее линейное отклонение, линейный коэффициент вариации, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, квадратический коэффициент вариации.

Размах вариации – это разность между максимальным и минимальным значениями X из имеющихся в изучаемой статистической совокупности:

$$H = X_{\max} - X_{\min}$$

Недостатком показателя H является то, что он показывает только максимальное различие значений X и не может измерять силу вариации во всей совокупности.

Среднее линейное отклонение - это средний модуль отклонений значений X от среднего арифметического значения. Его можно рассчитывать по формуле средней арифметической *простой* - получим *среднее линейное отклонение простое*:

$$L = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{N}$$

Если исходные данные X сгруппированы (имеются частоты f), то расчет среднего линейного отклонения выполняется по формуле средней арифметической *взвешенной* - получим *среднее линейное отклонение взвешенное*:

$$L = \frac{\sum |X - \bar{X}| f}{\sum f}$$

Линейный коэффициент вариации - это отношение среднего линейного отклонения к средней арифметической:

$$\lambda = \frac{L}{\bar{X}}$$

С помощью линейного коэффициента вариации можно сравнивать вариацию разных совокупностей, потому что в отличие от среднего линейного отклонения его значение не зависит от единиц измерения X .

Дисперсия

Дисперсия - это средний квадрат отклонений значений X от среднего арифметического значения. Дисперсию можно рассчитывать по формуле средней арифметической *простой* - получим *дисперсию простую*:

$$D = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}$$

Если исходные данные X сгруппированы (имеются частоты f), то расчет дисперсии выполняется по формуле средней арифметической *взвешенной* - получим *дисперсию взвешенную*:

$$D = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}$$

Если преобразовать формулу дисперсии (раскрыть скобки в числителе, почленно разделить на знаменатель и привести подобные), то можно получить еще одну формулу для ее расчета как разность средней квадратов и квадрата средней:

$$D = \overline{X^2} - (\bar{X})^2$$

Если значения X - это доли совокупности, то для расчета дисперсии используют частную формулу дисперсии доли: $D^{доли} = d(1-d)$

Выше уже было рассказано о формуле средней квадратической, которая применяется для оценки вариации путем расчета среднего квадратического отклонения, обозначаемое малой греческой буквой сигма:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}}$$

Еще проще можно найти *среднее квадратическое отклонение*, если предварительно рассчитана дисперсия, как корень квадратный из нее:

$$\sigma = \sqrt{D}$$

Квадратический коэффициент вариации - это самый популярный относительный показатель вариации:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

Критериальным значением квадратического коэффициента вариации V служит 0,333 или 33,3%, то есть если V меньше или равен 0,333 - вариация считается слабой, а если больше 0,333 - сильной. В случае сильной вариации изучаемая статистическая совокупность считается *неоднородной*, а средняя величина - *нетипичной* и ее нельзя использовать как обобщающий показатель этой совокупности.

Раздел 6. Ряды динамики в статистике

Тема 6.1 Понятие и виды рядов динамики

Процесс развития общественных явлений во времени называется *динамикой*.

Ряд значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке и характеризующих развитие явления во времени, называется *рядом динамики*.

Динамический ряд всегда состоит из двух элементов:

- ✓ *моментов или временных периодов (t)*, по отношению к которым приводятся статистические данные;
- ✓ значений статистического показателя, характеризующих размер рассматриваемого явления в соответствующие моменты или периоды времени, называемые в статистике *уровнями динамического ряда (y)*.

Для графического изображения ряда динамики показатель, обозначающий время t , откладывается на оси абсцисс, а значения исследуемого признака y - на оси ординат.

По признаку времени различают

1. Моментные ряды динамики.
2. Интервальные ряды динамики.

В *моментном ряду динамики* представлены значения статистического показателя по состоянию на определенные последовательные моменты времени (например, на начало каждого рассматриваемого года, квартала, месяца).

Интервальный ряд динамики - совокупность значений статистического показателя, относящихся к нескольким последовательным периодам времени, например, за ряд лет, кварталов, месяцев.

Тема 6.2 Анализ рядов динамики

Анализ рядов динамики начинается с определения того, как именно изменяются уровни ряда (увеличиваются, уменьшаются или остаются неизменными) в абсолютном и относительном выражении.

Показатели изменения уровней ряда динамики могут определяться двумя способами:

- ✓ *базисный способ*, когда уровень данного периода сравнивается с первым (базисным) периодом;
- ✓ *цепной способ* – когда сравниваются два уровня соседних периодов.

Показатели изменения рядов динамики представлены в таблице 6.

Таблица 6 - Показатели изменения уровня ряда динамики

№	Показатель	Базисный	Цепной
1	Абсолютный прирост	$\Delta y_6 = y_i - y_0$	$\Delta y_{ц} = y_i - y_{i-1}$
2	Коэффициент роста	$Kp_6 = \frac{y_i}{y_0}$	$Kp_{ц} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$
3	Темп роста	$Tr_6 = \frac{y_i}{y_0} \times 100\%$	$Tr_{ц} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100\%$
4	Темп прироста	$Tпр_6 = Tr_6 - 100$	$Tпр_{ц} = Tr_{ц} - 100$
5	Абсолютное значение 1% прироста		$A = \frac{\Delta y_{ц}}{Tпр_{ц}}$
6	Средний абсолютный прирост	$\Delta \bar{y} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}$	
7	Средний уровень ряда динамики	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$	

Раздел 7. Экономические индексы

Тема 7.1 Общее понятие экономических индексов

Индекс — это обобщающий относительный показатель, характеризующий изменение уровня общественного явления во времени, по сравнению с программой развития, планом, прогнозом или его соотношение в пространстве (индекс потребительских цен, доходов населения). Классификация статистических индексов представлена на рисунке 7.

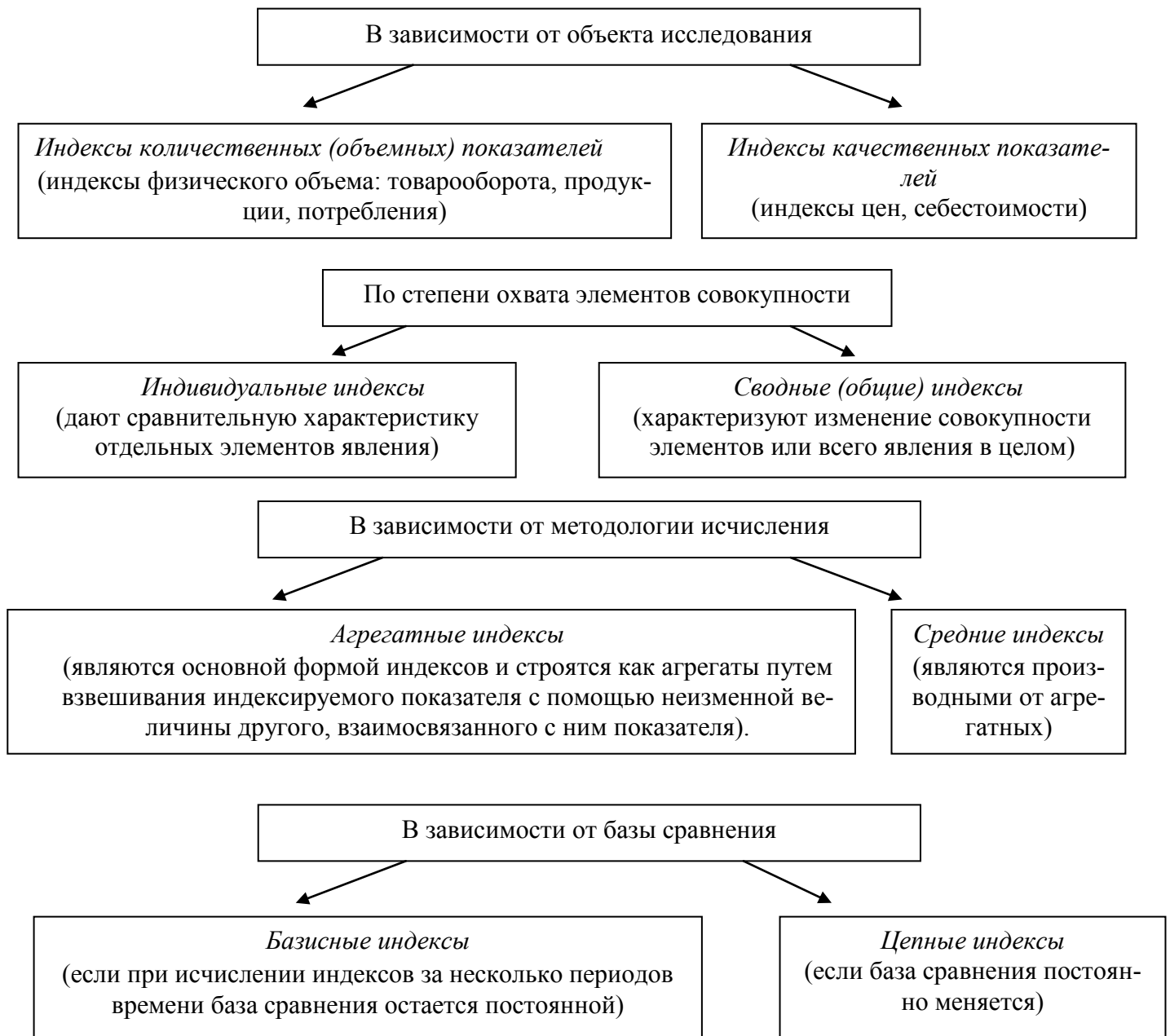


Рис.7 – Классификация индексов.

Не все относительные величины являются индексами. Отличительной чертой индексного метода является возможность проследить изменение непосредственно несоизмеримых отдельных элементов сложного явления в едином показателе.

теле. В качестве примера можно привести индекс потребительских цен, который в одной числовой характеристике представляет изменение цен на огромное множество товаров, предлагаемых покупателю. Другой пример: если предприятие выпускает несколько видов разнородной продукции, то нельзя получить общий объем выпуска прямым суммированием количества товаров по видам, и, следовательно, нельзя непосредственно с помощью простой относительной величины проследить общее изменение физического объема продукции. Индексный метод позволяет отдельные элементы сложного экономического явления привести к соизмеримому виду и дать единую характеристику изменения явления в целом, в данном случае - изменения выпуска продукции.

Кроме характеристики интенсивности изменения самого явления, индексы могут выполнять и аналитическую функцию: на их основе определяют влияние различных факторов на развитие явления. Например, при формировании товарооборота можно проследить прирост его объема за счет индивидуальных изменений цен на товары и изменений в объеме продаж.

На основе индексов проводится оценка изменения средних показателей по однородной совокупности, например средней цены товара, продаваемого в разных регионах, в том числе за счет непосредственно роста уровня цен и за счет изменения структуры продаж.

Тема 7.2 Порядок расчета экономических индексов

Индивидуальные индексы характеризуют изменение отдельного элемента явления. Порядок расчета индивидуальных индексов представлен в таблице 7.1.

Таблица 7.1 – Индивидуальные индексы

Наименование индекса	Формула
Индекс физического объема продукции	$i_q = q_1 / q_0$
Индекс цен	$i_p = p_1 / p_0$
Индекс стоимости продукции (товарооборота)	$i_{pq} = p_1 q_1 / p_0 q_0$
Индекс себестоимости продукции	$i_z = z_1 / z_0$
Индекс издержек производства	$i_{zq} = z_1 q_1 / z_0 q_0$
Индекс трудоемкости	$i_t = t_1 / t_0$

i — символ индексируемого показателя — индекс, характеризующий изменение уровня элемента явления.

I — с подстрочным индексируемым показателем — для группы элементов или всей совокупности в целом.

q — количество проданных товаров или произведенной продукции в натуральном выражении

p — цена за единицу товара
 z — себестоимость единицы продукции
 t — отработанное время или численность работников
 0 — базисный период
 1 — отчетный период

Общие индексы

Большинство изучаемых статистикой общественных явлений и процессов состоят из многих элементов, которые могут быть как однородными, так и неоднородными.

Однородные явления можно непосредственно суммировать и исчислять индексы, характеризующие изменение не одного элемента, а группы элементов или всей совокупности в целом. Такие индексы называются *общими индексами*. Так, можно суммировать количество проданных *однородных товаров* по группе фирм и исчислить *общий индекс физического объема товарооборота* по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0},$$

где знак $\sum$ означает суммирование данных о количестве одного товара по нескольким фирмам. Можно суммировать товарооборот по нескольким

товарам и исчислять общий индекс товарооборота по формуле $I_{pq} = \frac{\sum p_1 * q_1}{\sum p_0 * q_0}$, где знак $\sum$ означает суммирование товарооборота по группе товаров.

Если же отдельные элементы явления неоднородны, то непосредственное суммирование их невозможно или бессмысленно и тогда необходимо привести их к сопоставимому виду.

Все товары имеют стоимость, а стоимости товаров можно суммировать. Переход от натуральных показателей к стоимостным позволяет преодолеть несуммарность натурально-вещественных элементов совокупности. Но изменение стоимости товаров обусловлено совместным изменением двух факторов — количества товаров и цен на них, а нам необходимо определить изменение каждого из этих факторов в отдельности.

Для изучения изменения одного фактора необходимо абстрагироваться от изменения второго, взаимосвязанного с ним фактора и построить общий индекс в агрегатной форме.

Так, *агрегатный индекс физического объема товарооборота* должен показать изменение количества проданных разнородных товаров, поэтому в числителе его берется отчетное количество товаров (q_1), а в знаменателе — базисное (q_0), т.е. индексируемый показатель изменяется, а взвешивание производится в одних и тех же ценах базисного периода (p_0):

$$I_q = \frac{\sum q_1 * p_0}{\sum q_0 * p_0}.$$

В числителе этого индекса — условная величина товарооборота отчетного периода в ценах базисного периода, в знаменателе — реальная величина товарооборота базисного периода. Разность между числителем и знаменателем индекса покажет абсолютное изменение товарооборота за счет изменения физического объема товарооборота:

$$\Delta \sum pq^q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0$$

Агрегатные индексы качественных показателей строятся при весах — объемных показателях отчетного периода. Так, *агрегатный индекс цен* по формуле немецкого экономиста Э.Пааше:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

В числителе индекса — товарооборот отчетного периода, в знаменателе — товарооборот отчетного периода в ценах базисного периода, а разность между ними характеризует: с позиции продавца — абсолютное изменение товарооборота за счет изменения цен, с позиции покупателя — экономию (перерасход) населения от изменения цен на товары: $\Delta \sum pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$. В качестве весов в индексах качественных показателей могут быть использованы не только абсолютные объемные показатели, но и показатели их структуры, то есть доли.

В статистической практике используется также индекс цен, построенный с базисными весами по формуле Э.Ласпейреса:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Агрегатные индексы объемных и качественных показателей, построенные с различными весами, взаимосвязаны между собой так же, как индивидуальные индексы: произведение агрегатного индекса физического объема товарооборота на агрегатный индекс цен, дает агрегатный индекс товарооборота:

$$I_q * I_p = I_{qp}$$

Мы получили систему взаимосвязанных агрегатных индексов, каждый из которых позволяет определить изменение индексируемого показателя в относительном выражении (%). Кроме того, по этим индексам можно определить изменение обобщающего показателя — товарооборота за счет отдельных факторов в абсолютном выражении как разность между числителем и знаменателем соответствующего индекса. Абсолютные показатели изменения товарооборота за счет отдельных факторов взаимосвязаны следующим образом.

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = (\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0) + (\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1)$$

Порядок расчета общих индексов представлен в таблице 7.2.

Таблица 7.2 - Основные формулы исчисления сводных (общих) индексов

Наименование индекса	Формула	Что показывает индекс	Что показывает значение индекса, уменьшенное на 100%	Что показывает разность числителя и знаменателя
<i>Индекс физического объема продукции (по цене)</i>	$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	Во сколько раз изменилась стоимость продукции в результате изменения объема ее производства, или сколько процентов составил рост (снижение) стоимости продукции из-за изменения ее физического объема	На сколько процентов изменилась стоимость продукции в результате изменения объема ее производства	На сколько рублей изменилась стоимость продукции в результате роста (уменьшения) объема ее производства
<i>Индекс цен</i>	$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$	Во сколько раз изменилась стоимость продукции в результате изменения цен, или сколько процентов составил рост (снижение) стоимости продукции из-за изменения цен	На сколько процентов изменилась стоимость продукции в результате изменения цен	На сколько рублей изменилась стоимость продукции в результате роста (уменьшения) цен
<i>Индекс стоимости продукции (товарооборота)</i>	$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$	Во сколько раз изменилась стоимость продукции, или сколько процентов составил рост (снижение) стоимости продукции в текущем периоде по сравнению с базисным	На сколько процентов изменилась стоимость продукции в текущем периоде по сравнению с базисным	На сколько рублей изменилась стоимость продукции в текущем периоде по сравнению с базисным
<i>Индекс физического объема продукции (по себестоимости)</i>	$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$	Во сколько раз изменились издержки производства продукции в результате изменения объема ее производства, или сколько процентов составил рост (снижение) издержек производства продукции из-за изменения объема ее производства	На сколько процентов изменились издержки производства продукции в результате изменения объема ее производства	На сколько рублей изменились издержки производства продукции в результате изменения объема ее производства
<i>Индекс себестоимости продукции</i>	$I_q = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1 z_0}$	Во сколько раз изменились издержки производства продукции в результате изменения себестоимости продукции, или сколько процентов составил рост (снижение) издержек производства продукции из-за изменения себестоимости продукции	На сколько процентов изменились издержки производства продукции в результате изменения себестоимости продукции	На сколько рублей изменились издержки производства продукции в результате изменения себестоимости продукции

<i>Индекс издержек производства</i>	$I_{zq} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}$	Во сколько раз изменились издержки производства продукции, или сколько процентов составил рост (снижение) издержек производства продукции в текущем периоде по сравнению с базисным	На сколько процентов изменились издержки производства продукции в текущем периоде по сравнению с базисным	На сколько рублей изменились издержки производства продукции в текущем периоде по сравнению с базисным
<i>Индекс физического объема продукции (по трудоемкости)</i>	$I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}$	Во сколько раз изменились затраты времени на производство продукции в результате изменения объема ее производства, или сколько процентов составил рост (снижение) затрат времени на производство продукции из-за изменения ее физического объема	На сколько процентов изменились затраты времени на производство продукции в результате изменения объема ее производства	На сколько человеко-часов изменились затраты времени на производство продукции в результате роста (уменьшения) объема ее производства
<i>Индекс трудоемкости</i>	$I_t = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_1 t_0}$	Во сколько раз изменились затраты времени на производство продукции в результате изменения ее трудоемкости, или сколько процентов составил рост (снижение) затрат времени на производство продукции из-за изменения ее трудоемкости	На сколько процентов изменились затраты времени на производство продукции в результате изменения ее трудоемкости	На сколько человеко-часов изменились затраты времени на производство продукции в результате роста (уменьшения) ее трудоемкости
<i>Индекс затрат времени на производство продукции</i>	$I_{tq} = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0}$	Во сколько раз изменились затраты времени на производство продукции, или сколько процентов составил рост (снижение) стоимости продукции в текущем периоде по сравнению с базисным	На сколько процентов изменились затраты времени на производство продукции в текущем периоде по сравнению с базисным	На сколько человеко-часов изменились затраты времени на производство продукции в текущем периоде по сравнению с базисным

Список использованных источников

1. Статистика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / под редакцией И. И. Елисеевой. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 361 с. (Портал электронного обучения «Эльфа» /Интернет-репозиторий образовательных ресурсов Финансового университета <http://repository.vzfei.ru/bibliocatalog.php> ЭБС biblio-online.ru).
2. Статистика: учебное пособие / Салин В.Н., Чурилова Э.Ю., Шпаковская Е.П. — Москва: КноРус, 2019. — 292 с. (Портал электронного обучения «Эльфа» /Интернет-репозиторий образовательных ресурсов Финансового университета <http://repository.vzfei.ru/bibliocatalog.php> ЭБС book.ru).
3. Статистика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. Н. Долгова, Т. Ю. Медведева. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 245 с. (Портал электронного обучения «Эльфа» /Интернет-репозиторий образовательных ресурсов Финансового университета <http://repository.vzfei.ru/bibliocatalog.php> ЭБС biblio-online.ru).